

Országos döntő - 2023. május 12-13.

4. osztály

Megoldások

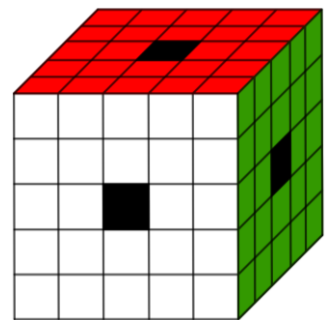
1. FELADAT

Egy 25 cm oldalélű kocka minden lapját felosztottuk 25 azonos méretű kis négyzetre, ezután a kocka lapjait befestettük zöldre, pirosra és fehérre úgy, hogy az egymással szemben fekvő lapok azonos színűek lettek, majd a középső kis négyzeten keresztül, annak a méreteivel megegyező lyukat fűrtünk minden irányból úgy, hogy a lyukak teljesen átmentek a kockán, az ábrán látható módon. A lyukak elkészítése után a kockát feldaraboltuk azonos méretű kis kockákra úgy, hogy a kocka minden éle mentén 5-5 darab kis kocka keletkezett.

a) A kis kockák között hány olyan van, amelyek:

- van zöldre, pirosra és fehérre festett lapja is;
- pontosan két lapja van befestve, az egyik zöldre, a másik fehérre;
- pontosan egy lapja van befestve valamelyik színre.

Írd le, hol vannak elhelyezkedve ezek a kis kockák!



a) Pityu felhasználva a feldarabolás után kapott összes olyan kiskockát, amelynek egyik lapja sincs befestve, téglatesteket rakott össze.

Összesen hányféle téglatestet rakhatott össze Pityu?

Írd le, hogyan gondolkoztál!

Megoldás:

| | |
|---|--|
| a) A nagykocka sarkaiban lévő kiskockáknak van egy fehér, egy zöld és egy pirosra festett lapja. Ilyen kiskocka 8 darab van. Azok a kiskockák, melyeknek pontosan két lapjuk van befestve, egyik fehérre, a másik meg zöldre, az oldalsó élek közepén találhatóak. Négy ilyen él van és minden élen 3-3 darab kiskocka van. Tehát $4 \times 3 = 12$ kiskocka van. Minden oldallap közepén (a lyuk körül) 8 olyan kiskocka található, melyeknek pontosan egy lapja van befestve valamelyik színre. Mivel a kockának 6 lapja van, ezért $6 \times 8 = 48$ ilyen kiskocka található. | 1p indoklás 1p kockák számának meghatározása 1p indoklás 1p kockák számának meghatározása |
| b) 1. megoldás: Azok a kiskockák, melyeknek egyetlen lapjuk sincs befestve a nagykocka belsejében találhatóak. Ha a nagy kockáról levesszük a festett oldallapokat alkotó kiskockákat, megkapjuk a festetlen oldalú $3 \times 3 \times 3$ -as kockát. Ennek minden lapja át van fűrva, $3 \times 3 \times 3 - 7 = 20$ olyan kiskocka alkotja, melynek lapjai nincsenek befestve. Pityu 20 kiskockából rakott össze téglatesteket. 2. megoldás: A nagykockát $5 \times 5 \times 5 = 125$ kiskockára daraboltuk, kifűrtük a | 2p indoklás a kiskockák számának meghatározására 2p kiskockák számának meghatározása |

| | |
|--|--|
| <p>nagykockát így már csak $125-13=112$ kiskockánk maradt. Ebből $24 + 24 + 14 + 14 + 8 + 8 = 48 + 28 + 16 = 92$ kiskockának legalább egy lapja be van festve. Tehát $112 - 92 = 20$ olyan kiskockánk van, melynek lapjai nincsenek befestve.</p> <p>Pityu 20 kiskockából rakott össze téglatesteket. A téglatestek lehetnek: $1 \times 1 \times 20 = 1 \times 2 \times 10 = 1 \times 4 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$ típusúak. Tehát 4 féle téglatestet rakhat össze Pityu.</p> | <p>2p téglatest típusok felírása (0,5p/téglatest)</p> |
| <p>Felelet: a) 8 olyan kiskocka van, melynek van zöldre, pirosra és fehérre festett lapja is. 12 olyan kiskocka van, melynek pontosan két lapja van befestve, az egyik zöldre, a másik fehérre. 48 olyan kiskocka van, melynek pontosan egy lapja van befestve valamelyik színre. b) 4 féle téglatestet rakhat össze Pityu.</p> | <p>4p helyes feleletek felírására (1p/felelet)</p> |
| <p>Összpontszám: 16 pont</p> | |

2. FELADAT

Hány olyan háromjegyű szám van, melynek különbözőek a számjegyei és amelyben a számjegyek összege 7. Sorold fel a számokat! Számold ki az előbb felsorolt számok közül a legnagyobb páratlan és a legkisebb páros szám különbségét.

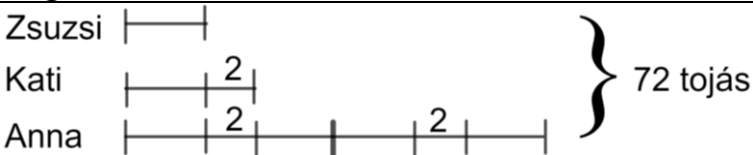
Megoldás:

| | |
|--|--|
| <p>Olyan háromjegyű számokat keresünk, melynek számjegyei különbözőek és összegük 7, ezért a következő esetek lehetségesek: $7 = 6 + 1 + 0 = 5 + 2 + 0 = 4 + 3 + 0 = 4 + 2 + 1$ Ha a számjegyek 6, 1 és 0, akkor a számok: 610, 601, 160, 106 Ha a számjegyek 5, 2 és 0, akkor a számok: 520, 502, 250, 205 Ha a számjegyek 4, 3 és 0, akkor a számok: 430, 403, 340, 304 Ha a számjegyek 4, 2 és 1, akkor a számok: 421, 412, 241, 214, 142, 124 Tehát 18 olyan háromjegyű szám van, melyeknek különbözőek a számjegyei és amelyekben a számjegyek összege 7.</p> <p>A legnagyobb páratlan szám a 601. A legkisebb páros szám 106. A különbség: $601 - 106 = 495$.</p> | <p>$4 \times 1p = 4p$ az összegek felírása</p> <p>$18 \times 0,5p = 9p$ a számok felsorolása</p> <p>0,5p a legnagyobb szám felírása 0,5p a legkisebb szám felírása 1p a különbség kiszámítása</p> |
| <p>Felelet: 18 olyan háromjegyű szám van, melyeknek különbözőek a számjegyei és amelyekben a számjegyek összege 7. A legnagyobb páratlan és a legkisebb páros szám különbsége 495.</p> | <p>2p a helyes felelet felírása</p> |
| <p>Összpontszám: 17 pont</p> | |

3. FELADAT

Anna, Kati és Zsuzsi barátnők, együtt **72** tojást festettek. Kati 2 tojással festett többet, mint Zsuzsi. Anna kétszer annyit festett, mint Kati és Zsuzsi együtt. Hány tojást festettek a lányok külön-külön?

Megoldás:

| | |
|--|--|
|  <p> $72 - (2 + 2 + 2) = 72 - 6 = 66$ $66 : 6 = 11$ tojást festett Zsuzsi. $11 + 2 = 13$ tojást festett Kati. $2 \times (11 + 13) = 2 \times 24 = 48$ tojást festett Anna. </p> | <p>5p ábra</p> <p>4p a Zsuzsi által festett tojások száma 1p a Kati által festett tojások száma 1p az Anna által festett tojások száma</p> |
| <p>Felelet: Anna 48 tojást, Kati 13 tojást és Zsuzsi 11 tojást festett.</p> | <p>1p helyes felelet felírása</p> |
| <p>Összpontszám: 12 pont</p> | |

4. FELADAT

Sárika egy erdőszéli séta alkalmával néhány mókust és harkályt látott. Melyik állatból hányat láthatott, ha összesen 8 fejet és 26 lábat számlált meg?

Megoldás:

| | |
|--|--|
| <p>Egy mókusnak 4 lába, egy harkálynak 2 lába van. Ha Sárika csak mókust látott volna, akkor a 8 fejhez $8 \times 4 = 32$ láb társult volna.</p> <p>Mivel csak 26 lábat számlált, így $32 - 26 = 6$ láb pluszban lenne. Egy mókusnak 2-vel több lába van, mint egy harkálynak, ezért a plusz lábak abból adódnak, hogy több mókust számláltunk.</p> <p>$6 : 2 = 3$ mókussal számláltunk többet. Vagyis $8 - 3 = 5$ mókust látott és 3 harkályt.</p> <p>Ellenőrzés: 5 mókusnak és 3 harkálynak $5 + 3 = 8$ feje van, és $5 \times 4 + 3 \times 2 = 20 + 6 = 26$ lába.</p> | <p>3p a hamis feltételezés megfogalmazása és következtetés levonása</p> <p>3p Hány lábbal van több vagy kevesebb? + indoklás</p> <p>3p mókusok számának meghatározása 2p harkályok számának meghatározása</p> |
| <p>Felelet: 5 mókust és 3 harkályt látott Sárika.</p> | <p>1p helyes felelet felírása</p> |
| <p>Összpontszám: 12 pont</p> | |

5. FELADAT

Emma, Eszter és Enikő barátnők, különböző hobbyjuk van, más-más színű szemük, sőt egymástól különböző mintázatú a kedvenc szoknyájuk.

- Emma szeret olvasni.
- Eszter szoknyája pöttyös.
- A zöld szemű lány barátnője gyöngyöt fűz.
- A pöttyös szoknyájú lány egyik barátnője barna szemű.
- A kék szemű lány piros-fehér kockás szoknyát visel.
- Enikő csodálja a festményeket, amelyeket barátnője fest.
- A csíkos szoknyás lány nem zöld szemű.
- A gyöngyöt fűző lány barátnője kék szemű.

Milyen színű szeme van Emmának? Ki viseli a csíkos szoknyát?

Megoldás:

A megoldáshoz táblázatot készítünk, majd kijelentésről kijelentésre haladva a kapott információkat bejegyezzük a táblázatba.

| Név | Emma | Eszter | Enikő |
|------------|---------|---------|-------------|
| Szem színe | kék | zöld | barna |
| Hobby | olvasás | festés | gyöngyfűzés |
| Szoknya | kockás | pöttyös | csíkos |

Mivel a pöttyös szoknyájú lány egyik barátnője barna szemű, és Eszternek van pöttyös szoknyája, ezért Eszter nem barna szemű. De a kék szemű lány piros-fehér kockás szoknyát visel, ezért Eszternek nem lehet kék szeme sem. Tehát Eszternek zöld szeme van. Enikő csodálja a festményeket, amelyeket barátnője fest, vagyis Enikő nem fest és a hobbyja nem az olvasás, tehát Enikő gyöngyöt fűz.

A zöld szemű lány barátnője gyöngyöt fűz, és a gyöngyöt fűző lány barátnője kék szemű, ezért Enikő, aki gyöngyöt fűz barna szemű.

Így Emma szeme kék színű és kockás szoknyát visel. Enikő szoknyája csíkos és Eszter szeret festeni.

Minden helyes
megfejtés **1**
pontot ér.
9 × 1p = 9p

Felelet:

Emmának kék színű a szeme.
A csíkos szoknyát Enikő viseli.

2 pont a helyes
feleletre.

Összpontszám: 11 pont

*Egyenlő pontszám esetén az elsőbbség meghatározásakor a feladatokat a következőképpen rangsoroljuk:
2-es, 4-es, 5-ös, 1-es és 3-as.*